



# ANALYTICAL HIERARCHY PROCESS (AHP)

Amalia, ST, MT

# ***Multi-Attribute Decision Making*** **(MADM)**

- Permasalahan untuk **pencarian terhadap solusi terbaik dari sejumlah alternatif** dapat dilakukan dengan beberapa teknik, antara lain: tabel keputusan, pohon keputusan, atau beberapa metode pada MADM.
- Secara umum, model ***Multi-Attribute Decision Making*** (MADM) dapat didefinisikan sebagai berikut (Zimmermann, 1991):
  - Misalkan  $A = \{a_i \mid i = 1, \dots, n\}$  adalah himpunan alternatif-alternatif keputusan dan  $C = \{c_j \mid j = 1, \dots, m\}$  adalah himpunan tujuan yang diharapkan, maka akan ditentukan alternatif  $x_0$  yang memiliki derajat harapan tertinggi terhadap tujuan–tujuan yang relevan  $c_j$ .

# ***Multi-Attribute Decision Making*** **(MADM)**

- Janko (2005) fitur umum yang akan digunakan dalam MADM, yaitu:
  - *Alternatif*, adalah obyek-obyek yang berbeda dan memiliki kesempatan yang sama untuk dipilih oleh pengambil keputusan.
  - *Atribut*, sering juga disebut sebagai karakteristik, komponen, atau kriteria keputusan. Meskipun pada kebanyakan kriteria bersifat satu level, namun tidak menutup kemungkinan adanya sub kriteria yang berhubungan dengan kriteria yang telah diberikan.
  - *Konflik antar kriteria*, beberapa kriteria biasanya mempunyai konflik antara satu dengan yang lainnya, misalnya kriteria keuntungan akan mengalami konflik dengan kriteria biaya.

# *Multi-Attribute Decision Making* (MADM)

- *Bobot keputusan*, bobot keputusan menunjukkan kepentingan relatif dari setiap kriteria,  $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ . Pada MADM akan dicari bobot kepentingan dari setiap kriteria
- *Matriks keputusan*, suatu matriks keputusan  $X$  yang berukuran  $m \times n$ , berisi elemen-elemen  $x_{ij}$ , yang merepresentasikan rating dari alternatif  $A_i$  ( $i=1,2,\dots,m$ ) terhadap kriteria  $C_j$  ( $j=1,2,\dots,n$ ).
- Masalah MADM adalah **mengevaluasi  $m$  alternatif  $A_i$  ( $i=1,2,\dots,m$ ) terhadap sekumpulan atribut atau kriteria  $C_j$  ( $j=1,2,\dots,n$ )**, dimana setiap atribut saling tidak bergantung satu dengan yang lainnya.

# Multi-Attribute Decision Making (MADM)

- Pada MADM, *matriks keputusan* setiap alternatif terhadap setiap atribut,  $X$ , diberikan sebagai:

$$X = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ X_{m1} & X_{m2} & \cdots & X_{mn} \end{bmatrix}$$

dengan  $x_{ij}$  merupakan rating kinerja alternatif ke- $i$  terhadap atribut ke- $j$ .

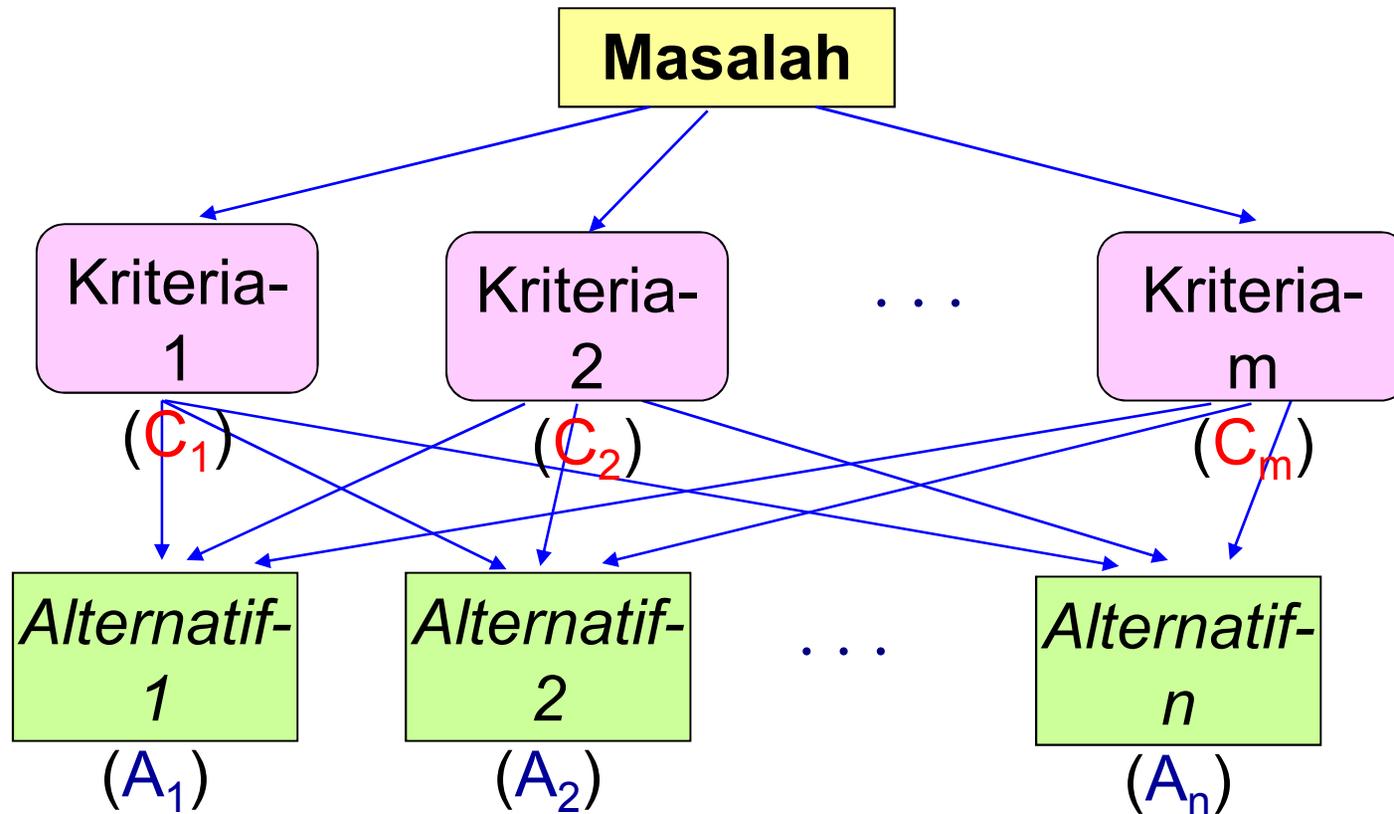
- *Nilai bobot* yang menunjukkan tingkat kepentingan relatif setiap atribut, diberikan sebagai,  $W$ :

$$W = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$$

# Multi-Attribute Decision Making (MADM)

- Rating kinerja ( $X$ ), dan nilai bobot ( $W$ ) merupakan nilai utama yang merepresentasikan preferensi absolut dari pengambil keputusan.
- Masalah MADM diakhiri dengan proses **perankingan** untuk mendapatkan alternatif terbaik yang diperoleh berdasarkan nilai keseluruhan preferensi yang diberikan (Yeh, 2002).
- Pada MADM, umumnya akan dicari *solusi ideal*.
- Pada solusi ideal akan **memaksimumkan semua kriteria keuntungan** dan **meminimumkan semua kriteria biaya**.

# *Multi-Attribute Decision Making* (MADM)

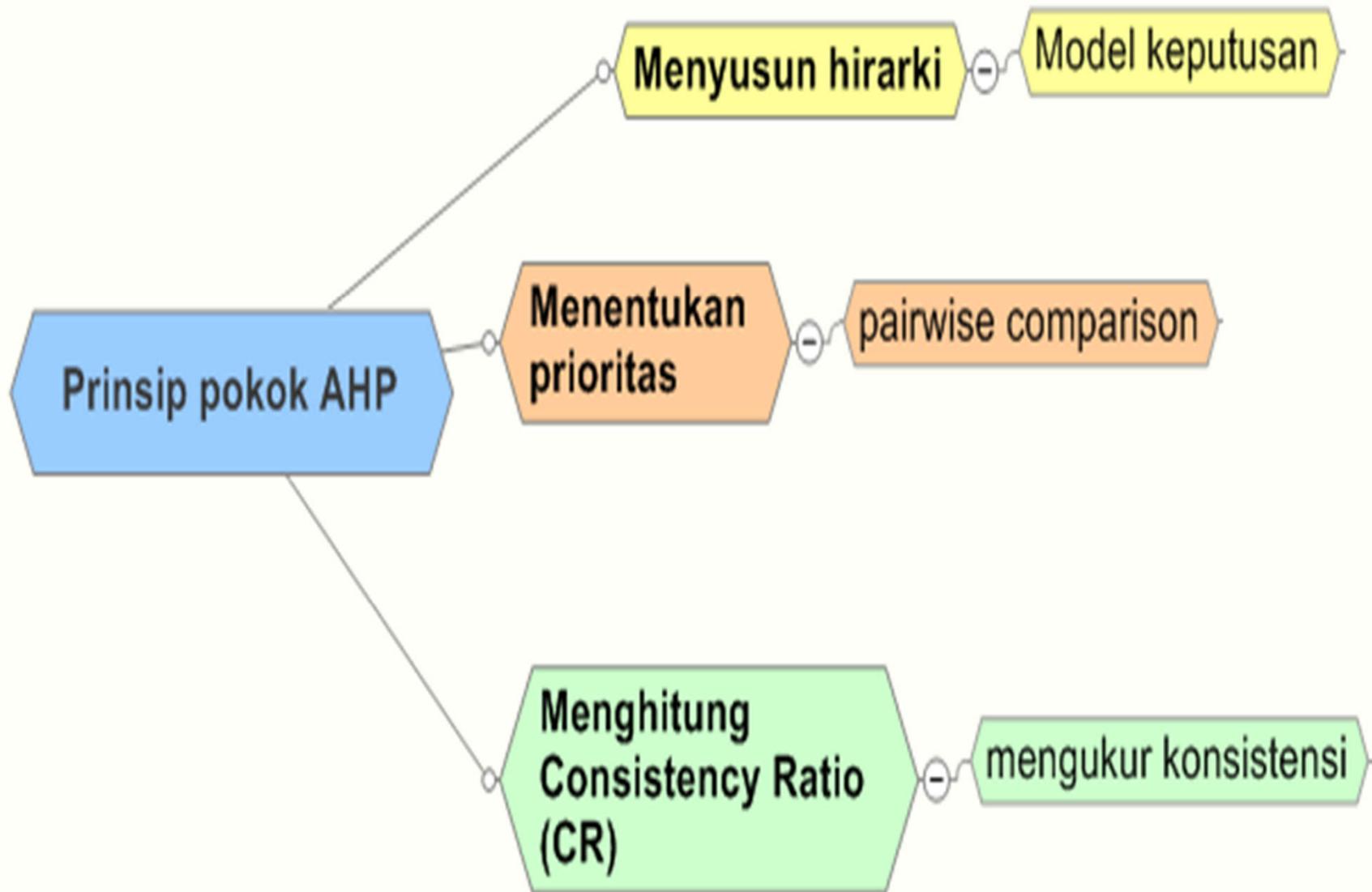


Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah MADM adalah Analytical Hierarchy Process (AHP)

# Analytical Hierarchy Process (AHP)

- AHP dikembangkan oleh Prof. Thomas L. Saaty tahun 1970, untuk menyelesaikan permasalahan yang kompleks dimana data dan informasi statistik dari masalah yang dihadapi sangat sedikit.
- *Analytical Hierarchy process* (AHP) adalah salah satu bentuk model pengambilan keputusan dengan *multiple criteria*.
- AHP merupakan metode pengukuran yang digunakan untuk menentukan skala rasio dari perbandingan pasangan yang diskrit maupun kontinu, yang diperoleh dari ukuran aktual ataupun preferensi.
- AHP merupakan metoda pengambilan keputusan yang melibatkan sejumlah kriteria dan alternatif yang dipilih berdasarkan pertimbangan semua kriteria terkait (Saaty, 2004)

# PRINSIP POKOK AHP



# Tahapan Metode AHP

Mengidentifikasi masalah

Dekomposisi masalah dengan menyusun struktur hierarki

Membuat *Pairwise Comparative Judgement Matrices*

Sintesis prioritas

Dengan menghitung nilai vektor eigen untuk setiap matriks

Menghitung CR (Consistency Ratio)

Konsisten jika  $CR < 0.1$

# Tahapan AHP:

- *Identifikasi Masalah*
  - Definisikan masalah atau tentukan tujuan utama. Tentukan apa yang hendak diwujudkan / diraih
- *Decomposition*
  - Setelah persoalan didefinisikan, maka dilakukan *decomposition* yaitu memecah persoalan yang utuh menjadi unsur-unsurnya (proses ini disebut hirarki)
  - Permasalahan pada AHP didekomposisikan ke dalam hirarki kriteria dan alternatif

# Contoh:

Tingkat 1:

Tujuan (*Goal*)

Tingkat 2:

Kriteria 1

Kriteria 2

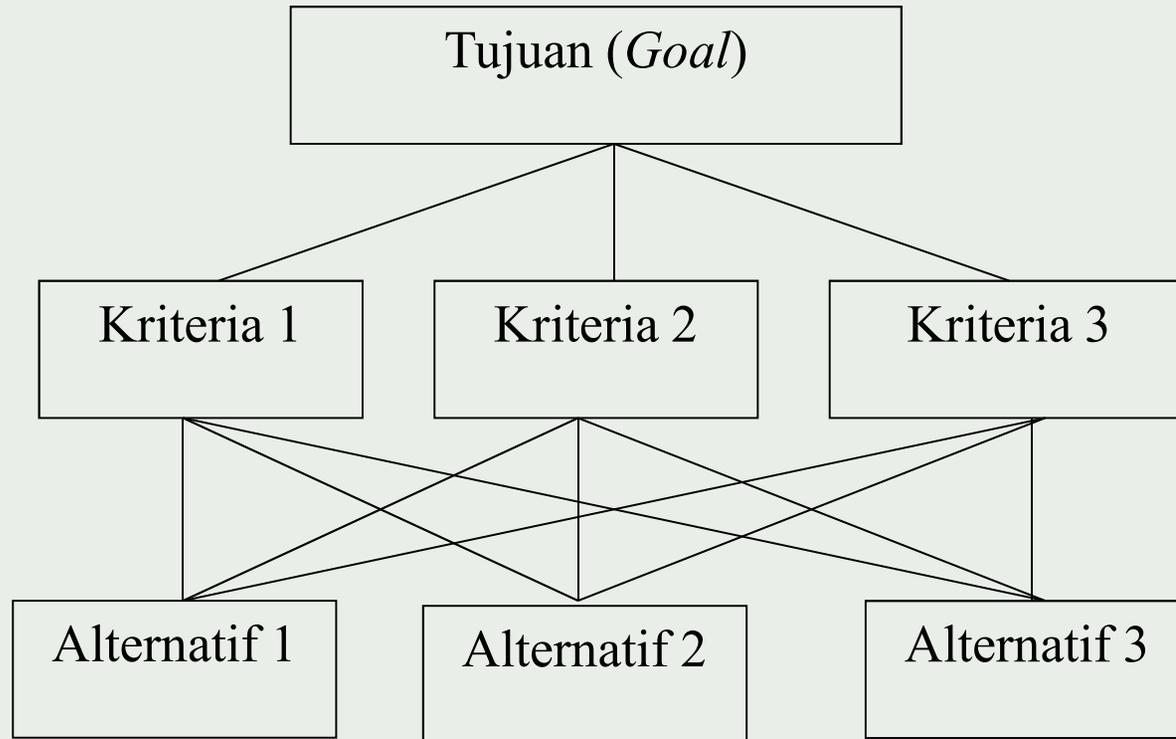
Kriteria 3

Tingkat 3:

Alternatif 1

Alternatif 2

Alternatif 3



# Tahapan AHP:

- *Comparative Judgement*
  - Prinsip ini dilakukan dengan membuat penilaian tentang kepentingan relatif dua elemen pada suatu tingkat tertentu dalam kaitannya dengan tingkat di atasnya.
  - Penilaian berpengaruh terhadap prioritas dari elemen-elemen yang ada
  - Hasil dari penilaian ini dituliskan dalam matriks *pairwise comparison*
  - Dengan perbandingan berpasangan, dapat diketahui derajat kepentingan relatif antar kriteria

Patokan (skala dasar) yang dapat digunakan dalam penyusunan skala kepentingan ini adalah

<b>Tingkat Kepentingan</b>	<b>Definisi</b>
1	Sama pentingnya dibanding yang lain
3	Moderat pentingnya dibanding yang lain
5	Kuat pentingnya dibanding yang lain
7	Sangat kuat pentingnya dibanding yang lain
9	Ekstrim/mutlak pentingnya dibanding yang lain
2 , 4 , 6 , 8	Nilai diantara dua penilaian yang berdekatan
<i>Reciprocal</i>	Jika elemen i memiliki salah satu angka diatas ketika dibandingkan dengan j, maka j memiliki nilai kebalikannya ketika dibandingkan dengan elemen i.

# Perhitungan matematis dalam AHP

- a. menghitung nilai tingkat kepentingan (prioritas vektor)

	$A_1$	$A_2$	$\dots$	$A_n$
$A_1$	$a_{11}$	$a_{12}$	$\dots$	$a_{1n}$
$A_2$	$A_2$	$a_2$	$\dots$	$a_{1n}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$A_n$	$A_n$	$a_n$	$\dots$	$a_n$
	1	2		n

Matriks A (n x n)



Matriks resiprokal

$$\frac{W_1}{W_2} = a_{12}$$



Sehingga matriks perbandingan sebagai berikut :

	$A_1$	$A_2$	...	$A_n$	
$A_1$	$w_1/w_1$	$w_1/w_2$	...	$w_1/w_n$	} PCJM Pairwise Comparison Judgement Matrices (PCJM)
	$w_1$	$w_2$		$w_n$	
$A_2$	$w_2/w_1$	$w_2/w_2$	...	$w_2/w_n$	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	
$A_n$	$w_n/w_1$	$w_n/w_2$	...	$w_n/w_n$	
	$w_1$	$w_2$		$w_n$	

Contoh matriks *pairwise comparisons* untuk tujuan (*goal*)

<b>Tujuan/Goal</b>	Kriteria 1	Kriteria 2	Kriteria 3	Kriteria 4
Kriteria 1	1	5	2	4
Kriteria 2	1/5	1	1/2	1/2
Kriteria 3	1/2	2	1	2
Kriteria 4	1/4	2	1/2	1

# Tahapan AHP:

- *Synthesis Of Priority*
  - Dari setiap matriks *pairwise comparison* kemudian dicari *local priority* atau *total priority value* (TPV)
  - Matriks-matriks *pairwise comparison* terdapat pada setiap tingkat, sehingga untuk mendapatkan *global priority* harus dilakukan sintesis di antara *local priority*.

## Matriks *pairwise comparisons* untuk tujuan (*goal*)

<b>Tujuan/Goal</b>	Kriteria 1	Kriteria 2	Kriteria 3	Kriteria 4
Kriteria 1	1	5	2	4
Kriteria 2	1/5	1	1/2	1/2
Kriteria 3	1/2	2	1	2
Kriteria 4	1/4	2	1/2	1
Jumlah	1,95	10	4	7,5



Setelah matriks perbandingan antar elemen-elemen didapat maka dilakukan sintesa dengan menjumlahkan setiap kolom

## Matriks yang dinormalisasi:

<b>Tujuan/Goal</b>	Kriteria 1	Kriteria 2	Kriteria 3	Kriteria 4	<i>local priority</i> (TPV)
Kriteria 1	0,5128	0,5	0,5	0,5333	0,5115
Kriteria 2	0,1025	0,1	0,125	0,0667	0,0986
Kriteria 3	0,2564	0,2	0,25	0,2667	0,2433
Kriteria 4	0,1282	0,2	0,125	0,1333	0,1466



*local priority* / total priority value (TPV) untuk tujuan

**Kesimpulan** : persentase prioritas atau preferensi untuk kriteria1 51.2%, kriteria2 9.9%, kriteria3 24.3%, kriteria 4 14.7%. Kriteria1 lebih disukai dibandingkan dengan kriteria 2, 3, dan 4

# Tahapan AHP:

- *Logical Consistency*
  - Responden harus memiliki konsistensi dalam melakukan perbandingan elemen.
  - Bila diketahui  $A$  adalah matriks *pairwise comparisons* dimana penilaian kita sempurna pada setiap perbandingan, maka berlaku  $a_{ij} \cdot a_{jk} = a_{ik}$  untuk semua  $i, j, k$ . dan selanjutnya matriks  $A$  dikatakan konsisten
  - Contoh : jika  $A > B$  dan  $B > C$ , maka secara logis responden harus menyatakan bahwa  $A > C$ , berdasarkan nilai-nilai numerik yang disediakan
  - Hasil penilaian yang dapat diterima adalah yang mempunyai  $CR \leq 10\%$  (0.1)

# Tahapan AHP:

- AHP mengukur seluruh konsistensi penilaian dengan menggunakan *Consistency Ratio* (CR), yang dirumuskan:

$$CR = \frac{CI}{RI}$$

- Dimana :

$$CI = \frac{(\lambda_{maks} - n)}{n - 1}$$

- $\lambda_{maks}$  adalah nilai eigen maksimum dari matriks *pairwise comparisons*.

# Nilai Random Index

Orde Matriks	1	2	3	4	5	6	7	8
RI	0,00	0,00	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41

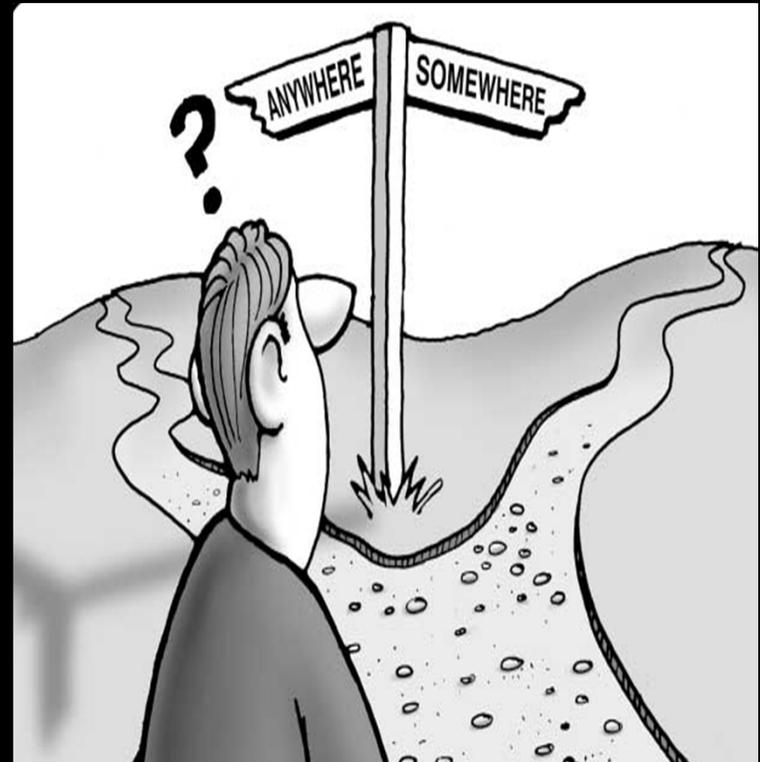
Orde Matriks	9	10	11	12	13	14	15
RI	1,45	1,49	1,51	1,48	1,56	1,57	1,59

Saaty menerapkan bahwa suatu matriks perbandingan adalah konsisten bila nilai CR tidak lebih dari sama dengan 0,1 (10%).

Jika tidak, maka penilaian yang telah dibuat mungkin dilakukan secara random dan perlu direvisi

# Contoh: Bagaimana melakukan Perhitungan Matematis AHP ?

1. Menghitung nilai tingkat kepentingan (prioritas vektor)
2. Cara menghitung konsistensi



## Mensintesa matriks perbandingan berpasangan

1. Setelah matriks perbandingan antar elemen-elemen didapat maka dilakukan sintesa dengan menjumlahkan setiap kolom

Contoh : Tabel 1. Perbandingan kepentingan

	Toyota	Nissan	Suzuki
Toyota	1	1/2	1/4
Nissan	2	1	1/4
Suzuki	4	4	1
Jumlah	7	5.5	1.5

2. Setelah itu angka dalam setiap sel dibagi dengan jumlah pada kolom yang bersangkutan. Ini akan menghasilkan matriks yang telah dinormalkan (Tabel 2).

Kriteria1	Toyota	Nissan	Suzuki	Jumlah baris	Rata-rata
Toyota	1/7	1/11	1/6	0.4	$0.4/3 = 0,13$
Nissan	2/7	2/11	1/6	0.63	$0.63/3 = 0,21$
Suzuki	4/7	8/11	4/6	1.97	$1.97/3 = 0,66$

**Kesimpulan :** Untuk kriteria 1, persentase prioritas atau preferensi untuk toyota 13 %, nissan 21 %, suzuki 66 %. Untuk kriteria 1 suzuki lebih disukai dibandingkan dengan nissan dan toyota

# Menghitung Rasio Konsistensi

1. Melakukan perkalian matriks antara matriks perbandingan (pada Tabel 1) dan vektor prioritas (pada Tabel 2)

	Toyota (0,13)	Nissan (0,21)	Suzuki (0,66)
Toyota	1	0,5	0,25
Nissan	2	1	0,25
Suzuki	4	4	1



	Toyota	Nissan	Suzuki	Jumlah
Toyota	0,13	0,11	0,17	0,41
Nissan	0,26	0,21	0,17	0,64
Suzuki	0,52	0,84	0,66	2,02

2. Nilai penjumlahan sel dibagi dengan nilai masing-masing sel pada vektor prioritas.

$$\begin{pmatrix} 0,41 \\ 0,64 \\ 2,02 \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} 0,13 \\ 0,21 \\ 0,66 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3,15 \\ 3,05 \\ 3,06 \end{pmatrix}$$

3. Mencari nilai eigen  $\lambda_{\max}$  dengan perhitungan berikut:

$$\lambda_{\max} = \frac{3,15 + 3,05 + 3,06}{3} = 3,09$$

4. Hitung nilai Consistency Index (CI)

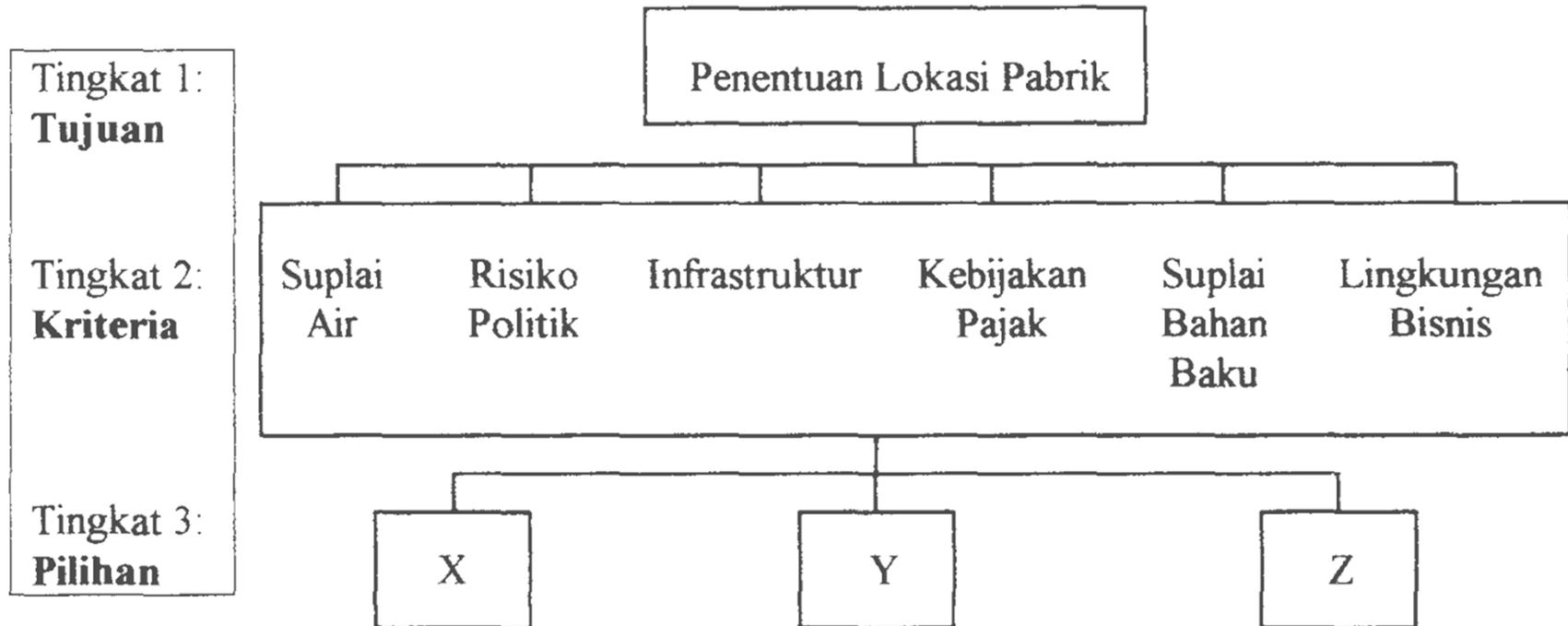
$$CI = \frac{\lambda_{maks} - n}{n - 1} = \frac{3,09 - 3}{3 - 1} = \frac{0,09}{2} = 0,045$$

5. Hitung nilai Consistency Ratio (CR) berdasarkan nilai Random Index (RI)

$$\begin{aligned} CR &= \frac{CI}{RI} \\ &= \frac{0,045}{0,58} = 0,08 \end{aligned}$$

Nilai 0,08 ini menyatakan bahwa rasio konsistensi dari hasil penilaian perbandingan di atas mempunyai rasio 8%. Sehingga penilaian di atas dapat diterima karena lebih kecil dari 10% (Saaty).

# Contoh: Pemilihan lokasi pabrik



# Matriks Nilai Preferensi Kelayakan Lokasi Pabrik

Kelayakan Lokasi Pabrik	Sup. Air	Risiko Politik	Infra	Keb. Pajak	Suplai BB	Lingk. Bisnis	Total Priority Value
Sup. Air	1	1	1	4	1	1 / 2	0,16
Risk. Pol	1	1	2	4	1	1 / 2	0,19
Infra	1	1 / 2	1	5	3	1 / 2	0,19
Keb. Pjk	1 / 4	1 / 4	1 / 5	1	1 / 3	1 / 3	0,05
Sup. BB	1	1	1 / 3	3	1	1	0,12
Lingk. Bis	2	2	2	3	3	1	0,30

Perhitungan untuk mendapatkan TPV:

Kelayakan Lokasi Pabrik	Sup. Air	Risiko Politik	Infra	Keb. Pajak	Suplai BB	Lingk. Bisnis	Total Priority Value
Sup. Air	1	1	1	4	1	1 / 2	0,16
Risk. Pol	1	1	2	4	1	1 / 2	0,19
Infra	1	1 / 2	1	5	3	1 / 2	0,19
Keb. Pjk	1 / 4	1 / 4	1 / 5	1	1 / 3	1 / 3	0,05
Sup. BB	1	1	1 / 3	3	1	1	0,12
Lingk. Bis	2	2	2	3	3	1	0,30

	Kolom 1	Kolom 2	Kolom 3	Kolom 4	Kolom 5	Kolom 6	
$\Sigma$ kolom	6,25					3,83	
SA	(1) / (6,25)	+ ...				(1 / 2) / (3,83)	$\Sigma$ baris / n
⋮	⋮					⋮	⋮
LB	(2) / (6,25)	+ ...				(1) / (3,83)	$\Sigma$ baris / n

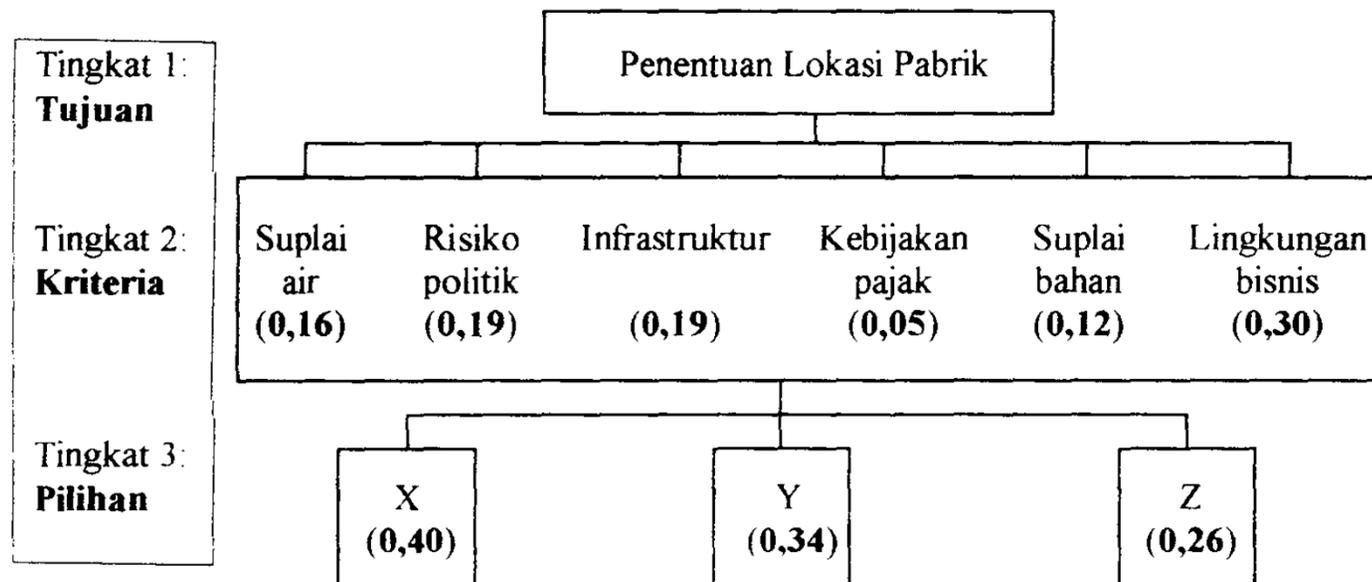
## Perhitungan TPV untuk Pilihan Lokasi

<b><u>Suplai Air</u></b>	X	Y	Z	<b><i>TPV</i></b>
X	1	1/4	1/2	0,14
Y	4	1	3	0,63
Z	2	1/3	1	0,24
<b><u>Risiko Politik</u></b>				
X	1	1/4	1/5	0,10
Y	4	1	1/2	0,33
Z	5	2	1	0,57
<b><u>Infrastruktur</u></b>				
X	1	3	1/3	0,32
Y	1/3	1	1	0,22
Z	3	1	1	0,40
<b><u>Kebijakan Pajak</u></b>				
X	1	1/3	5	0,28
Y	3	1	7	0,65
Z	1/5	1/7	1	0,07
<b><u>Suplai Bahan Baku</u></b>				
X	1	1	7	0,47
Y	1	1	7	0,47
Z	1/7	1/7	1	0,07
<b><u>Lingkungan Bisnis</u></b>				
X	1	7	9	0,77
Y	1/7	1	5	0,17
Z	1/9	1/5	1	0,05

## Perhitungan nilai akhir penentuan keputusan lokasi (Final TPV untuk Pemilihan Lokasi)

Pilihan	Suplai Air (0,16)		Lingk. Bisnis (0,30)	<i>Final Priority Value</i>
X	0,14 x 0,16 + ...	+	... + 0,77 x 0,30	0,40
Y	0,63 x 0,16 + ...	+	... + 0,17 x 0,30	0,34
Z	0,24 x 0,16 + ...	+	... + 0,05 x 0,30	0,26

### Diagram Final Proses Analitis Berjenjang



# MELIHAT PRIORITAS SECARA KESELURUHAN

Gaji tahunan masing-masing Profesor ditentukan oleh 3 kriteria, yaitu cara mengajar, penelitian dan pengabdian kepada universitas. Bagian administrasi menyajikannya dalam bentuk Matriks Pairwise Comparison untuk tiap kriteria berikut ini : Bagian administrasi telah membandingkan antara dua orang profesor dengan memperhatikan cara mengajar mereka, penelitian dan pengabdian mereka tahun lalu. Matriks Pairwise Comparison nya adalah sebagai berikut :

Gaji tahunan	Cara mengajar	Penelitian	Pengabdian
Cara mengajar	1	1/3	3
Penelitian	3	1	2
Pengabdian	1/3	1/2	1

Cara Mengajar :

	Profesor 1	Profesor 2
Profesor 1	1	4
Profesor 2	$\frac{1}{4}$	1

Penelitian :

	Profesor 1	Profesor 2
Profesor 1	1	$\frac{1}{3}$
Profesor 2	3	1

Pengabdian :

	Profesor 1	Profesor 2
Profesor 1	1	6
Profesor 2	$\frac{1}{6}$	1

Pertanyaan :

- Profesor yang manakah yang menerima kenaikan gaji terbesar?
- Periksa Matrik Pairwise Comparison untuk konsistensi!

# TUGAS KELOMPOK

## (1 kelompok = maksimal 3 orang)

- Buatlah sebuah masalah yang jawabannya dicari menggunakan metode AHP dengan bantuan software Expert Choice!
- Masalah bisa diambil dari: skripsi/tugas akhir/jurnal
- Syarat pembuatan:
  - Buat 3 buah alternatif pilihan
  - Kategori penilaian masalah terdiri dari 5 buah
  - Pada 2 buah kategori, buat subkategorinya
  - Hasil sensitivity graph juga dicantumkan
- Kirim ke email saya: [amal.lyach@gmail.com](mailto:amal.lyach@gmail.com)
- Paling lambat.... 29 desember 2016